

12月24日分 練習の解答

$$(1) \begin{vmatrix} 2-\lambda & 1 \\ 4 & 3-\lambda \end{vmatrix} = (\lambda-2)(\lambda-3)-4 = \lambda^2 - 5\lambda + 2 \text{ だから、右辺 } = 0 \text{ を解いて、} \\ \lambda = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}. \text{ したがって、固有値は } \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}.$$

(2)

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} -3-\lambda & -2 & -2 \\ 4 & 3-\lambda & 2 \\ 8 & 4 & 5-\lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3-\lambda & -2 & -2 \\ 1-\lambda & 1-\lambda & 0 \\ 8 & 4 & 5-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda) \begin{vmatrix} -3-\lambda & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 8 & 4 & 5-\lambda \end{vmatrix} \\ &= (1-\lambda) \begin{vmatrix} -1-\lambda & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 4 & 5-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda) \begin{vmatrix} -1-\lambda & -2 \\ 4 & 5-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)\{\lambda^2 - 4\lambda + 3\} \\ &= (1-\lambda)^2(3-\lambda) \end{aligned}$$

したがって固有値は 1, 3.

(3)

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} 7-\lambda & 12 & 0 \\ -2 & -3-\lambda & 0 \\ 2 & 4 & 1-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda) \begin{vmatrix} 7-\lambda & 12 \\ -2 & -3-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)\{\lambda^2 - 4\lambda + 3\} \\ &= (1-\lambda)^2(3-\lambda) \end{aligned}$$

より、固有値は 1, 3.