10 月 22 日分 練習の解答

練習 3.1

$$
\begin{aligned}
AE_3 &= \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} a\cdot 1+b\cdot 0+c\cdot 0 & a\cdot 0+b\cdot 1+c\cdot 0 & a\cdot 0+b\cdot 0+c\cdot 1 \\ d\cdot 1+e\cdot 0+f\cdot 0 & d\cdot 0+e\cdot 1+f\cdot 0 & d\cdot 0+e\cdot 0+f\cdot 1 \\ g\cdot 1+h\cdot 0+i\cdot 0 & g\cdot 0+h\cdot 1+i\cdot 0 & g\cdot 0+h\cdot 0+i\cdot 1 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \\
E_3A &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1\cdot a+0\cdot d+0\cdot g & 1\cdot b+0\cdot e+0\cdot h & 1\cdot c+0\cdot f+0\cdot i \\ 0\cdot a+1\cdot d+0\cdot g & 0\cdot b+1\cdot e+0\cdot h & 0\cdot c+1\cdot f+0\cdot i \\ 0\cdot a+0\cdot d+1\cdot g & 0\cdot b+0\cdot e+1\cdot h & 0\cdot c+0\cdot f+1\cdot i \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

練習 3.2 [1] $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $\quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ なので、

$$
\begin{aligned}
A+B &= \begin{pmatrix} 2+0 & -1+1 \\ 1+2 & 3-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \\
AB &= \begin{pmatrix} 2\cdot 0-1\cdot 2 & 2\cdot 1-1\cdot(-1) \\ 1\cdot 0+3\cdot 2 & 1\cdot 1+3\cdot(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 6 & -2 \end{pmatrix} \\
A^2 &= \begin{pmatrix} 2\cdot 2-1\cdot 1 & 2\cdot(-1)-1\cdot 3 \\ 1\cdot 2+3\cdot 1 & 1\cdot(-1)+3\cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 5 & 8 \end{pmatrix} \\
A^TB^T &= \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\cdot 0+1\cdot 1 & 2\cdot 2+1\cdot(-1) \\ -1\cdot 0+3\cdot 1 & -1\cdot 2+3\cdot(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

[3]

$$
\begin{aligned}
&\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \\ 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \\
= &\begin{pmatrix} 1\cdot 2+2\cdot(-2)+1\cdot 1+3\cdot 0 & 1\cdot(-1)+2\cdot 1+1\cdot 3+3\cdot 2 \\ 0\cdot 2-1\cdot(-2)+1\cdot 1+0\cdot 0 & 0\cdot(-1)-1\cdot 1+1\cdot 3+0\cdot 2 \\ 2\cdot 2+1\cdot(-2)+0\cdot 1+2\cdot 0 & 2\cdot(-1)+1\cdot 1+0\cdot 3+2\cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 10 \\ 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

なので、これに $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ を右からかけて、

$$
\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \\ 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \\
= & \begin{pmatrix} -1 & 10 \\ 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \\
= & \begin{pmatrix} -1\cdot 1 + 10\cdot(-1) & -1\cdot 0 + 10\cdot 1 \\ 3\cdot 1 + 2\cdot(-1) & 3\cdot 0 + 2\cdot 1 \\ 2\cdot 1 + 3\cdot(-1) & 2\cdot 0 + 3\cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 & 10 \\ 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

[8]

$$
\begin{aligned}
P^2 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
P^3 &= P^2 P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\
P^4 &= P^3 P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = E_4
\end{aligned}
$$

1 のある場所が移動しているのが分かります。

講評

練習 3.1 をやっている人は誰も居ませんでした。多分、見落としたのかな。易しいのでまあやらなくても良いかなと思いましたが、そろそろ行列の計算で間違う人が出始めています。ゆっくり確実に計算しましょう。

練習 3.2 [3] では、$A^T B^T = (BT)^T$ と書いて、上で計算した AB の転置 $(AB)^T$ を答にした人がありましたが、AB と BA は違います。したがって $(AB)^T$ は $(BA)^T$ とは違います。この問題では、そのまま $B^T A^T$ を計算します。または BA を計算してから転置をとります。この間違いは意味のあるよい間違いです。

[8] では P^2 の計算に失敗した人は悲惨でした。後の計算にこれを使うのだから。ゆっくり、確実に計算することを心がけてください。

全体的によくできていました。ちょっとした計算間違いも減点の対象にしました。線形代数は計算間違いが起こりやすいので、とにかく間違えないようにしましょう。