

練習問題 12 の解答

練習 12.1 次の(ア) ~ (カ) の中に入る適当な言葉や式を答えよ。(カ) には「採択」か「棄却」のどちらかが入る。

A 校の生徒 16 名, B 校の生徒 12 名に読解力テストを実施して, A 校の, 平均 = 73, 標準偏差 = 27; B 校の平均 = 56, 標準偏差 = 14 を得た. 両校の成績に差がありと言えるか? ただし, ここでは $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ (母分散が等しい) とみなして処理せよ.

A 校の母平均を μ_1 , B 校の母平均を μ_2 とし, 平均の差の検定を行う. 仮説について:

$$\text{帰無仮説 } H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$\text{対立仮説 } H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

として, 両側 T -検定を行う. 帰無仮説 $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ の下では

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}}$$

が自由度 $n_1 + n_2 - 2$ の t -分布に従うので, 有意水準を 5% として, 棄却域は

$$R = \{|t| > t_{n_1+n_2-2}(0.05)\}$$

上のデータから $n_1 = 16, n_2 = 12$ なので, $t_{26}(0.05) =$ (ア) が棄却域を決める. T の実現値 t は

$$t = \frac{73 - 56}{\sqrt{\frac{16 \times \text{(イ)} + 12 \times 14^2}{\text{(ウ)}} \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{12}}}}$$

を計算して(エ)となる. この値は棄却域に(オ). したがって帰無仮説 H_0 は(カ)される.

(ア)	2.056	(イ)	$27^2 = 729$	(ウ)	26
(エ)	1.9177	(オ)	入らない	(カ)	採択

練習 12.2 次の文章中の(キ) ~ (コ) に適当な数値, 式, 言葉を入れよ. また, 最後に検定の結論を述べよ.

30 人の学級 A, B がある. A は冬に乾布摩擦をし, B はしない. 冬季 3 ヶ月間の風邪による欠席日数は次のとおりだった. 欠席日数が正規分布をし, 他の条件は同じと考えたとき, 乾布摩擦は風邪の予防になるか検定を試みる. 学級 A の平均欠席日数を μ_1 , 学級 B の平均欠席日数を μ_2 とする. この場合はサンプル数がそれぞれ 30 あるので, それぞれの分散は標本不偏分散で置き換えて良いと考えて平均の差の検定を行う.

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

とし, 有意水準 5% で検定する.

	平均	標準偏差	人数
A	5.2	2.4	30
B	7.5	1.7	30

\bar{x}_1, \bar{x}_2 で学級 A, B の標本平均を表すと帰無仮説 $H_0: \mu_1 = \mu_2$ の下で $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ は平均 0, 分散

$$\frac{2.4^2}{29} + \frac{1.7^2}{29} = \boxed{\text{(キ)}}$$

の正規分布に従うとしてよいので,

$$z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\boxed{\text{(キ)}}}} = \boxed{\text{(ク)}}$$

の絶対値と標準正規分布の両側 5% 点 $z_{0.05} = \boxed{\text{(ケ)}}$ と比較して, 帰無仮説 $H_0: \mu_1 = \mu_2$ は $\boxed{\text{(コ)}}$ される.

(キ)	0.2982	(ク)	-4.212
(ケ)	1.96	(コ)	棄却

検定の結論: データをみるかぎり, 乾布摩擦は風邪の予防に有意に有効であると言える.

講評 まだ正規分布表がちゃんと読めない人がかなりいます。練習して読めるようにして下さい。帰無仮説 $\mu_1 = \mu_2$ は乾布摩擦したグループとしなかったグループで風邪にかかる割合に違いは無いということです。これを(起こりにくいこととして)棄却したということは二つのグループに違いがあるということで、標本平均を比較して乾布摩擦したほうが風邪をひきにくいということになります。