

練習問題 9 の解答

練習 9.1 次の (ア) ~ (ス) の中に入る適当な言葉や式を答えよ .

ある製品の検査の所要時間は正規分布すると言われている . 大きさ 10 の無作為抽出された標本について

12.4, 13.5, 12.7, 14.1, 13.8, 14.1, 12.0, 12.8, 13.1, 15.4

のデータを得た . 母平均 μ の 95 % 信頼区間を求めてみよう . まずこのデータの標本平均は $\bar{x} =$ (ア) であり , 標本分散は $s^2 = 0.91$ となる . 母分散を σ^2 とかくとき , 大きさ 10 の無作為標本 (X_1, \dots, X_{10}) について

$$X^2 = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{j=1}^{10} (X_j - \bar{X})^2 = \frac{10S^2}{\sigma^2}$$

は自由度 (イ) の (ウ) 分布に従い ,

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{10}}}$$

は (エ) 分布に従うので ,

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{10}}}$$

(イ)

は自由度 (オ) の (カ) 分布に従い , したがって T の両側 5 % 点は \pm (キ) となる . $S = s = \sqrt{0.91} = 0.95$ で , $|T| <$ (キ) を μ について解くことにより μ の 95 % 信頼区間は小数点以下第一位まで求めて (ク), (ケ) となる .

次に母分散 σ^2 の 95 % 信頼区間を求めてみよう . 上の X^2 が自由度 (イ) の (ウ) 分布に従うことからこの分布の上側 97.5 % 点は (コ) で , 上側 2.5 % 点は (サ) であるので , 今 , $X^2 = \frac{10s^2}{\sigma^2} = \frac{9.1}{\sigma^2}$ だから

$$(コ) < X^2 < (サ)$$

を σ^2 について解くことにより , 母分散 σ^2 の 95 % 信頼区間は小数点以下第一位まで求めると , (シ), (ス) となる .

(ア) 13.39	(イ) 9	(ウ) カイ 2 乗
(エ) 標準正規	(オ) 9	(カ) ティー (T)
(キ) 2.262	(ク) 12.7	(ケ) 14.1
(コ) 2.700	(サ) 19.023	(シ) 0.5
(ス) 3.4		