

tk_ode

ODE の数値解析のためのパッケージ群
1.0 版
2021 年 6 月 13 日

by Nobuki Takayama

1 tk_oder について

この文書は ODE の数値解析を補助するパッケージ群のマニュアルである. パッケージは多くのファイルに分かれており,

```
load("tk_ode.rr")$
```

とするとすべてのパッケージをロードできる.

主なパッケージは単独で読み込める. ODE(ordinary differential equation)を MPFR(任意精度小数パッケージ)を援用して数値解析するための C 言語のプログラムを生成パッケージが tk_ode_by_mpfr である. 下記のコマンドでこのパッケージがロードされる.

```
load("tk_ode_by_mpfr.rr")$
```

このパッケージは HGM に出現する ODE の数値解析のために作成された. HGM については次の web サイトを参照.

- [hgm] <http://www.math.kobe-u.ac.jp/OpenXM/Math/hgm/ref-hgm.html>

内部関数の仕様は man-asir2mpfr.tex 参照(まだ未公開).

2 tk_ode_by_mpfr 関数

2.1 tk_ode_by_mpfr

`code_solve_ode_by_rk4_with_defuse(Pmat, T0, F0, T1)`
 :: 係数 $Pmat$ をもつ ODE の初期値問題を解く C 言語のコードを生成する.

`return` C 言語のコード. main 関数を含む.

$Pmat$ ODE $dF/dt = P F$ の係数行列 $P(t)$. t の式を成分とすること.

$T0$ 初期時刻.

$F0$ 初期条件.

$T1$ 終了時刻. $T1 > T0$ を満たすこと.

- $dF/dt = PF$ を $F(T0)=F0$ の初期条件の元, 時刻 $T1$ まで求める.
- big float による matrix factorial を用いて計算する. 仮数部(significand)のビットサイズは生成したプログラムに `PREC` の値として定義されている. 仮数部のサイズを変更するには生成された C プログラムの `#define PREC 64` の部分を変更するかこの関数の option `prec` を用いる.
- defusing heuristics や知られている値を用いて不安定性を回避コードも含む. 初期値の値がエラーを含む場合, 本来の解でないものがドミナントとなる場合がある. この方法はそれを修正して解くのに有効である. また知られている値が誤差を含む場合も有効である. これらは下記の option 引数でコントロールする.

| Option | | default value |
|-----------------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| <code>verbose</code> | | 0 |
| <code>prec</code> | significand size of MPFR | 64 |
| <code>progname</code> | | <code>tmp-test</code> |
| <code>h</code> | step size | 0.001 |
| <code>t_noproj</code> | time to apply defusing | 0 |
| <code>n_prune</code> | number of eigen vectors to prune | 1 |
| <code>strat</code> | projection strategy | 1 |
| <code>n_defuse</code> | number of the matrix factorial | 5 $[1/h]$ |
| <code>ref_value_file</code> | File name of exact values | <code>tmp_ref_value.txt</code> |

例: Airy の微分方程式 $dF/dt = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ t & 0 \end{bmatrix} F$, $F(0) = [0.355028053887817, -0.258819403792807]$ の解 $F(t)$ を $t=10.1$ まで計算.

```
--> load("tk_ode_by_mpfr.rr");
--> Code=tk_ode_by_mpfr.code_solve_ode_by_rk4_with_defuse([[0,1],[t,0]],
    0, [0.355028053887817, -0.258819403792807], 10.1 | h=0.001)$
--> util_write_string_to_a_file("tmp-test.c", Code)$
```

On the unix shell

```
ln -s ${OpenXM_HOME}/lib/asir-contrib/tk_ode_by_mpfr/proj.c tmp-proj.c
cc -I${OpenXM_HOME}/lib/asir-contrib/tk_ode_by_mpfr -DNN=2 -c tmp-proj.c
cc -o tmp-test tmp-test.c tmp-proj.o -lmpfr -lgmp -lgs1 -lgs1cblas -lm
```

```
./tmp-test --verbose --t_noproj 8.1 --n_defuse 2000 --n_prune 1
```

上記の compile 用のコマンドは上記のコマンドが出力する. `--t_noproj 8.1` は $t < 8.1$ までは 4 次の Runge-Kutta 法を適用する. $t = 8.1$ 以降は `--n_prune` で指定した個数の固有空間 (Re(固有値)の順)の成分を削除する. `--n_defuse 2000` は 2000 個の行列の matrix factorial を計算する.

例: $H^k_n(1,t)$ $k=10$, $n=1$, $10000 \leq t \leq 10100$ の計算とその値 f と真の値 H との relative error $(f-H)/H$ の計算. "Hkn10000" は "h2" でもよい(alias).

```
--> load("tk_ode_assert.rr");
--> tk_ode_assert.usage_assert(); // Usage of assert
--> tk_ode_assert.hkn2()
==> Compile tmp-test.c following the instruction.
==> ./tmp-test --go --output_stepsize 1 | grep '^gnuplot' | awk 'print $2,$3' > t.txt
// Data is stored in t.txt.
--> tk_ode_assert.output_relative_error("Hkn10000","t.txt"|zoom=10^4301);
// The initial value for tmp-test is multiplied by 10^4301.
// Output tmp-rerror.txt
==> Start the gnuplot and plot "tmp-rerror.txt" w lp to show the relative error
```

例: Airy や $H^k_n(1,t)$ で $1 \leq t \leq 400$ で同様.

```
--> tk_ode_assert.airy1()
==> Run tmp-test
--> tk_ode_assert.output_relative_error("a","t.txt"|zoom=1);

--> tk_ode_assert.hkn1()
==> Run tmp-test
--> tk_ode_assert.output_relative_error("h","t.txt"|zoom=1);
```

参照

ChangeLog

- tk_ode_by_mpf/tk_man2mpfr.rr

3 tk_ode_sparse_interp 函数

Index

(インデックスがありません)

(インデックスがありません)

簡単な目次

| | | |
|---|-------------------------------|---|
| 1 | tk_oder について | 1 |
| 2 | tk_ode_by_mpfir 函数 | 2 |
| 3 | tk_ode_sparse_interp 函数 | 4 |
| | Index | 5 |

目次

| | | |
|----------|-------------------------------------|----------|
| 1 | tk_oder について..... | 1 |
| 2 | tk_ode_by_mpfr 函数..... | 2 |
| 2.1 | tk_ode_by_mpfr..... | 2 |
| 3 | tk_ode_sparse_interp 函数..... | 4 |
| | Index | 5 |

